МГУ - СТАРТ

Дополнительное вступительное испытание

по математике в МГУ имени М.В. Ломоносова

1-й поток, 11.07.2026

1. Дана последовательность $a_1, a_2, a_3, \ldots$ действительных чисел, удовлетворяющих при каждом натуральном n условию

$$a_{n+1} + a_n a_{n+2} = a_n + a_{n+2}.$$

Найдите a_{2026}, если известно, что никакой член этой последовательности не равен 1 и что $a_1 = 3$.

2. Решите уравнение $(1 - \sqrt{3})\cos 2x = (1 + \sqrt{3})(1 - \sin 2x)$.

3. Решите неравенство $2\log_{x+1}(x^2 - 1) + \log_{x-1}(x^2 + 2x + 1) \leq 7$.

4. Окружность Ω_1 радиуса 5 с центром в точке O_1 и окружность Ω_2 радиуса 4 с центром в точке O_2 касаются внутренним образом окружности Ω_3 в точках A и B соответственно. Точка O_2 лежит на окружности Ω_1. Пусть C — точка пересечения отрезка O_1O_2 с окружностью Ω_2. Пусть D и E — точки пересечения прямых AO_2 и BC с окружностью Ω_3 соответственно (отличные от точек A и B). Найдите AB, если известно, что $DE = 16$.

5. Даны положительные действительные числа a, b, c, удовлетворяющие равенству

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $(a^2 - 1)(b^2 - 1)(c^2 - 1)$.

6. Дана правильная шестиугольная пирамида, объём которой равен $\sqrt{3}$. Радиус окружности, описанной около сечения пирамиды плоскостью, параллельной основанию и находящейся от него на расстоянии $2 - \sqrt{3}$, равен радиусу окружности, вписанной в основание. Найдите длину бокового ребра пирамиды.