

Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

ВАРИАНТ 224

1. Найдите наименьшее целое число, большее, чем $2\sqrt{3} + \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}}$.

2. Положительные числа a, b, c образуют непостоянную геометрическую прогрессию. Числа $a, 4b, 7c$ образуют арифметическую прогрессию. Найдите отношение a/c .

3. Решите уравнение $\frac{\sqrt{2}}{\sin x} + \frac{\sqrt{2}}{\cos x} = \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}$.

4. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x}} \left| \frac{3x}{x-4} \right| \leq 4$.

5. В трапеции $ABCD$ основание AB в два раза больше основания CD . Отрезки AL, BM и DK , где K, L, M — соответственно середины сторон AB, BC, AD , ограничивают треугольник площади 1. Найдите площадь трапеции.

6. Найдите все тройки действительных чисел x, y, z из интервала $(0, \pi/2)$, удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} \sin x = \sin y - \sin z \cos(x+z) \\ \cos x = \cos z + \cos y \cos(x+y) \end{cases}$$

7. Дан параллелепипед $ABCD A' B' C' D'$ с основанием $ABCD$ и боковыми рёбрами AA', BB', CC', DD' . Найдите отношение, в котором делит его объём плоскость, проходящая через вершину A , середину ребра BC и середину ребра $C'D'$.