

Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль-август 2022 года

ВАРИАНТ 223

1. Определите, какое из двух чисел больше: $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ или 3.
2. Дана возрастающая арифметическая прогрессия, состоящая из положительных чисел. Произведение третьего и четвертого членов этой прогрессии в два раза больше произведения первого и шестого её членов. Найдите разность этой прогрессии, если известно, что восьмой ее член равен 32.
3. Решите уравнение $\cos 2x + 6 \sin 2x = \cos 4x + 6 \sin x$.
4. Решите неравенство $\log_3(1 - x) - \log_3(1 + x) + \log_{1+x}(1 - x) - 1 \leq 0$.
5. В треугольнике ABC угол C равен 60° . На сторонах AB , BC , AC отмечены точки D , E , F соответственно. Радиус окружности, вписанной в треугольник ADF , равен 1. Радиус окружности, вписанной в треугольник BDE , равен 2. Найдите сторону AB , если известны, что четырехугольник $DEFC$ является ромбом.
6. Найдите все пары действительных чисел x, y , удовлетворяющих соотношению

$$\frac{x^2 + y^2}{2} + \frac{1}{xy} = 2\sqrt{2 - \sqrt{xy}} \cdot \sqrt[3]{xy}.$$

7. Высота правильной треугольной призмы $ABCA'B'C'$ с основанием ABC и боковыми рёбрами AA' , BB' , CC' равна 1. Найдите длину ребра основания, если известно, что $AB' \perp BC'$.