

Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль-август 2022 года

ВАРИАНТ 222

1. Найдите в явном виде целое число, заданное выражением  $\sqrt{11} \cdot \left( \frac{2}{\sqrt{11} - \sqrt{7}} + \frac{2}{\sqrt{11} + \sqrt{7}} \right)$ .
2. Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии в два раза больше разности между первым и четвёртым её членами. Найдите первый член этой прогрессии, если известно, что сумма первых семи её членов равна 127.
3. Решите уравнение  $\sin x + \sin 2x = \cos x + \cos 2x$ .
4. Решите неравенство  $x^{\log_2 \sqrt{x}} \geq \frac{2}{\sqrt{x}}$ .
5. На диагонали  $AC$  параллелограмма  $ABCD$  как на диаметре построена окружность. Эта окружность пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. При этом  $AM = MB$  и  $CN = 2NB$ . Найдите тангенс острого угла параллелограмма  $ABCD$ .
6. Найдите все возможные значения произведения  $xy$ , если известно, что  $x, y \in [0, \pi/2)$  и справедливо равенство
$$\frac{1 - \sin(x - y)}{1 - \cos(x - y)} = \frac{1 - \sin(x + y)}{1 - \cos(x + y)}.$$
7. В пирамиду, в основании которой лежит ромб с острым углом  $\alpha$  и стороной  $\sqrt{6}$ , вписана сфера диаметра 1. Найдите угол  $\alpha$ , если известно, что все боковые грани пирамиды наклонены к плоскости её основания под углом  $60^\circ$ .