

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

23 июля 2021 (5-й поток)

ВАРИАНТ 215

1. Найдите в явном виде натуральное число, заданное выражением $\frac{27^{1/3}}{25^{1/2}} + \frac{\log_5 25}{3\sqrt{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4}} + \frac{41}{15}$.
2. Любитель коктейлей Игнат смешал 300 мл морковного сока с 200 мл сливок. Тщательно перемешав полученную смесь, Игнат попробовал её на вкус и решил, что сливок оказалось слишком много. Игнат налил в полулитровый графин 200 мл морковного сока, а оставшиеся 300 мл заполнил приготовленной смесью. Каково процентное содержание сливок в полученном напитке?
3. Решите уравнение $4 \sin 2x \cos 3x - 2 \sin 5x = \operatorname{tg} 2x$.
4. Решите неравенство $\log_{x-1} (4^{\log_3 x} - 6x^{\log_3 2} + 10) \leq 0$.
5. Дана равнобокая трапеция $ABCD$ с основаниями AB и CD . Известно, что окружности, вписанные в треугольники ABC и ACD , касаются диагонали AC в одной и той же точке. При этом точка касания первой окружности со стороной BC делит эту сторону пополам. Найдите отношение, в котором точка касания второй окружности со стороной AD делит эту сторону, считая от точки A .
6. Найдите все пары действительных чисел (x, y) с наименьшим возможным значением y , удовлетворяющие неравенству
$$\log_{x^2-y} \left(x - y^2 + \frac{7}{4} \right) \geq 1.$$
7. Сфера касается всех рёбер тетраэдра $ABCD$. Известно, что произведения длин скрещивающихся рёбер равны. Известно также, что $AB = 3$, $BC = 1$. Найдите AC .