

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

19 июля 2021 (3-й поток)

ВАРИАНТ 213

1. Найдите в явном виде натуральное число, заданное выражением $\left(\frac{3 \sin \frac{\pi}{2}}{\log_2 16} - \sqrt{\frac{4}{9}}\right)^{-1}$.
2. Автовладелец Авдей продал автосалону свой автомобиль за 60% его первоначальной стоимости. Автосалон выставил на продажу этот автомобиль за цену, на 20% большую уплаченной Авдею. Какова доля получившейся цены по отношению к первоначальной?
3. Решите уравнение $2 \cdot \frac{\sin 3x - \sin x}{\cos 3x + \cos x} = \sqrt{3} \cdot (1 - \operatorname{tg}^2 x)$.
4. Решите неравенство $\log_{x-1}(x+1) - \log_{\sqrt{x+1}}(x-1) \geq 1$.
5. В четырёхугольник $ABCD$ площади 2 вписана окружность, касающаяся сторон AB и CD в точках K и L соответственно. Отрезок KL пересекает диагональ AC в точке M . Найдите BD , если известно, что $AM = MC = 1$.
6. Найдите все значения параметра a , при которых неравенство
$$\sin^6 x + \cos^6 x + a \cdot \sin 2x \geq a^2$$
 выполняется для всех действительных x .
7. Вписанная в треугольную пирамиду $ABCD$ сфера касается граней BCD , ACD , ABD и ABC в точках A_1 , B_1 , C_1 и D_1 соответственно. Известно, что D_1 является точкой пересечения высот треугольника ABC , что плоскости ABC и $A_1B_1C_1$ параллельны и что радиус окружности, описанной около треугольника ABC в четыре раза больше радиуса окружности, описанной около треугольника $A_1B_1C_1$. Найдите отношение, в котором сфера делит отрезок DD_1 , считая от вершины D .