

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

18 июля 2021 (2-й поток)

ВАРИАНТ 212

1. Найдите в явном виде натуральное число, заданное выражением $\sqrt{\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{2}{9}} \cdot \log_4 64 \cdot \log_8 64$.

2. Студент Савелий избегает вверх по неподвижному эскалатору за 30 секунд, а по движущемуся (вверх же) — за 20 секунд. За сколько секунд Савелий поднялся бы по движущемуся эскалатору, если бы нашёл в себе силы стоять на месте? (Собственную скорость бегущего Савелия считать постоянной).

3. Решите уравнение $2\sqrt{2} + \sqrt{2} \sin 2x = \sqrt{3}(\cos x - \sin x)$.

4. Решите неравенство $6^{x^2} + 6^{2x} \leq 2^{x^2+2x} + 3^{x^2+2x}$.

5. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает диагональ BD и сторону BC в точках K и L соответственно. Найдите площадь треугольника DKL , если известно, что площадь параллелограмма равна 8 и что $AD = 3 \cdot AB$.

6. Найдите все значения параметра a , при которых наименьшее (по x) значение выражения

$$\log_2^2(ax) + \log_2^2\left(\frac{1-a}{x}\right)$$

максимально.

7. Дан параллелепипед $ABCD A' B' C' D'$ объёма 1 с основаниями $ABCD$, $A' B' C' D'$ и боковыми рёбрами AA' , BB' , CC' , DD' . На рёбрах AB , $B' C'$, CD и $A' D'$ отмечены точки K , L , M и N соответственно. Известно, что $AK : KB = CM : MD = 1 : 3$ и $B' L : LC' = D' N : NA' = 1 : 2$. Найдите объём тетраэдра $KLMN$.