

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

17 июля 2021 (1-й поток)

1. Найдите в явном виде натуральное число, заданное выражением $\left(\frac{25}{16}\right)^{-1/2} + \frac{\log_3(9^3)}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{15}}$.

2. Добрыня Никитич в полтора раза старше Алёши Поповича и в полтора раза младше Илья Муромца. Сколько лет Добрыне Никитичу, если Илья Муромец старше Алёши Поповича на 20 лет?

3. Решите уравнение $\sin x - \cos 2x + \sin 3x = 1$.

4. Решите неравенство $\log_2 x + \log_2 3 \cdot \log_x 3 + \log_{\sqrt{2}} 3 < 0$.

5. В окружность вписан выпуклый восьмиугольник $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$. Известно, что

$$\angle A_1A_4A_7 = \frac{1}{2}\angle A_4A_7A_2 = \frac{1}{3}\angle A_7A_2A_5 = \frac{1}{4}\angle A_2A_5A_8 = \frac{1}{5}\angle A_5A_8A_3 = \frac{1}{6}\angle A_8A_3A_6 = \frac{1}{7}\angle A_3A_6A_1.$$

Найдите угол $\angle A_6A_1A_4$.

6. Найдите наибольшее значение, которое может принимать выражение $x + 7y$, если известно, что x и y удовлетворяют равенству

$$\sqrt{xy} + \sqrt{(1-x)(1-y)} = \sqrt{7x(1-y)} + \frac{\sqrt{y(1-x)}}{\sqrt{7}}.$$

7. Дана треугольная призма $ABCA'B'C'$ с основаниями ABC , $A'B'C'$ и боковыми рёбрами AA' , BB' , CC' . Через точки B , C проходит плоскость, делящая объём призмы пополам. Эта плоскость пересекает прямую AA' в точке D . Найдите отношение $AA' : A'D$.