

1. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее $\sqrt{2019 \cdot 2007 - 2006 \cdot 2020}$.

2. Найдите $a + b + c$, если известно, что $a + 3b = 1$, $b + 3c = 2$, $c + 3a = 5$.

3. Решите уравнение $5 \sin x + 7 \cos 2x = 6$.

4. Решите неравенство $5^{\log_5^2 x} + 3x^{\log_5 x} < 20$.

5. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отмечены точки D и E таким образом, что $AD : DB = BE : EA = 1 : 7$. Найдите AB , если известно, что площадь треугольника ABC равна 56, а тангенс угла $\angle DCE$ равен 3.

6. Найдите все пары вещественных чисел (a, b) , при которых неравенство

$$5a(x+3)^4 + 6b(x-3)^4 \leq x^4 + 54x^2 + 81$$

справедливо для всех вещественных x .

7. Плоскость π проходит через три вершины прямоугольного параллелепипеда, отсекая от него тетраэдр. Два шара максимально возможных радиусов находятся внутри сферы, описанной около этого параллелепипеда, по разные стороны от плоскости π . Найдите отношение радиусов этих шаров, если известно, что рёбра параллелепипеда равны 1, $\sqrt{5}$, 5.

8. Найдите все x, y из интервала $(-\pi, \pi]$, удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} 36\sqrt{5} \cos x + 9 \cos y + 4\sqrt{10} \cos \frac{x+y}{2} = 12\sqrt{5} \\ 9 \cos x \cos y + 4\sqrt{10} \cos x \cos \frac{x+y}{2} + \sqrt{2} \cos y \cos \frac{x+y}{2} = \frac{4\sqrt{5}}{3} \end{cases}$$