

1. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее  $\sqrt{2019 \cdot 2009 - 2007 \cdot 2021}$ .
2. Найдите  $a + b + c$ , если известно, что  $a + 2b = 4$ ,  $b + 2c = 5$ ,  $c + 2a = 6$ .
3. Решите уравнение  $7 \sin x + 4 \cos 2x = 3$ .
4. Решите неравенство  $7^{\log_7^2 x} + 2x^{\log_7 x} < 21$ .
5. На гипотенузе  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  отмечены точки  $D$  и  $E$  таким образом, что  $AD : DB = BE : EA = 1 : 6$ . Найдите  $AB$ , если известно, что площадь треугольника  $ABC$  равна 42, а тангенс угла  $\angle DCE$  равен  $5/2$ .
6. Найдите все пары вещественных чисел  $(a, b)$ , при которых неравенство

$$4a(x+2)^4 + 7b(x-2)^4 \leq x^4 + 24x^2 + 16$$

справедливо для всех вещественных  $x$ .

7. Плоскость  $\pi$  проходит через три вершины прямоугольного параллелепипеда, отсекая от него тетраэдр. Два шара максимально возможных радиусов находятся внутри сферы, описанной около этого параллелепипеда, по разные стороны от плоскости  $\pi$ . Найдите отношение радиусов этих шаров, если известно, что рёбра параллелепипеда равны  $1, \sqrt{3}, 3$ .
8. Найдите все  $x, y$  из интервала  $(-\pi, \pi]$ , удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} 24\sqrt{7} \sin x + 8 \sin y + 3\sqrt{14} \sin \frac{x+y}{2} = 9\sqrt{7} \\ 8 \sin x \sin y + 3\sqrt{14} \sin x \sin \frac{x+y}{2} + \sqrt{2} \sin y \sin \frac{x+y}{2} = \frac{9\sqrt{7}}{8} \end{cases}$$