

1. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее $\sqrt{2019 \cdot 2031 - 2017 \cdot 2033}$.
2. Найдите $a + b + c$, если известно, что $a + 3b = 2$, $b + 3c = 4$, $c + 3a = 6$.
3. Решите уравнение $5 \sin x + 3 \cos 2x = 4$.
4. Решите неравенство $3^{\log_3^2 x} + 5x^{\log_3 x} < 18$.
5. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отмечены точки D и E таким образом, что $AD : DB = BE : EA = 1 : 5$. Найдите AB , если известно, что площадь треугольника ABC равна 30, а тангенс угла $\angle DCE$ равен 2.

6. Найдите все пары вещественных чисел (a, b) , при которых неравенство

$$3a(x + 3)^4 + 8b(x - 3)^4 \geq x^4 + 54x^2 + 81$$

справедливо для всех вещественных x .

7. Плоскость π проходит через три вершины прямоугольного параллелепипеда, отсекая от него тетраэдр. Два шара максимально возможных радиусов находятся внутри сферы, описанной около этого параллелепипеда, по разные стороны от плоскости π . Найдите отношение радиусов этих шаров, если известно, что рёбра параллелепипеда равны 1, 2, 4.
8. Найдите все x, y из интервала $(-\pi, \pi]$, удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} 28\sqrt{3} \cos x + 7 \cos y + 4\sqrt{6} \cos \frac{x+y}{2} = 12\sqrt{3} \\ 7 \cos x \cos y + 4\sqrt{6} \cos x \cos \frac{x+y}{2} + \sqrt{2} \cos y \cos \frac{x+y}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{7} \end{cases} .$$